

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Гимназия №4» г. Норильск

Принято:  
протокол заседания учителей  
междисциплинарной кафедры  
от «31» августа 2022 года № 1

Согласовано:  
заместитель директора по УВР  
В.В. Левицкая  
от «31» августа 2023 года



**Рабочая программа элективного курса**  
**«Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности»**  
**11 класс**  
**(среднее общее образование)**

Составитель:  
Огнева Александра Юрьевна,  
учитель математики

Календарно-тематическое планирование составлено на основе:  
программы Кармакова Т.С., Володькин Е.Г. Способы решения нестандартных уравнений и систем уравнений - Хабаровск: ХК ППК ПК, 2015.  
Количество часов по учебному плану;  
всего - 34;  
в неделю - 1;

2023-2024  
учебный год

### **Пояснительная записка**

Элективный курс «Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности» разработан для обеспечения старшеклассников занятиями по выбору из вариативного компонента Базисного учебного плана в старшей профильной школе. Предлагаемый элективный курс «Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности» позволяет осуществлять задачи профильной подготовки старшеклассников. Курс рассчитан на 70 академических часов в аудитории и ориентирован на учащихся 10-11 классов старшей профильной школы. Программа модифицирована на 34 часа с учетом потребностей и уровня обученности гимназистов.

Данный элективный курс направлен, прежде всего, на удовлетворение индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника в математике, способствует удовлетворению познавательных потребностей школьников в методах и приёмах решения нестандартных задач. Содержание курса углубляет «линию уравнений» в школьном курсе математики и не дублирует программу базового и профильного изучения алгебры и начал анализа. Именно поэтому при изучении данного элективного курса у старшеклассников повысится возможность намного полнее удовлетворить свои интересы и запросы в математическом образовании. Элективный курс «Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности» займёт значимое место в образовании старшеклассников, так как может научить их применять свои умения в нестандартных ситуациях. С другой стороны, курс позволяет выпускнику средней школы приобрести необходимый и достаточный набор умений по решению уравнений и лучше подготовиться к обучению в вузе, где математика является профилирующим предметом.

Целесообразность введения данного элективного курса состоит и в том, что содержание курса, форма его организации помогут школьнику через практические занятия оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы и предоставят ему возможность работать на уровне повышенных возможностей. Элективный курс «Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности» позитивно влияет на мотивацию старшеклассника к учению, развивает его учебную мотивацию по предметам естественно-математического цикла.

Задания, предлагаемые программой данного элективного курса, носят исследовательский характер и способствуют развитию навыков рационального мышления, способности прогнозирования результатов деятельности.

Материал курса «Алгебра и начала анализа. Решение задач повышенной сложности» разбит на 7 модулей, каждый из которых посвящён специальному виду нестандартных уравнений: уравнения-тождества; уравнения, при решении которых используется теория прогрессий; уравнения, при решении которых используется монотонность; уравнения, при решении которых используется ограниченность; уравнения с двумя переменными; показательные-степенные уравнения; комбинированные нестандартные уравнения.

В курсе систематизированы теоретические и практические основы знаний и умений «линии уравнений», рассматриваются комбинированные уравнения, уравнения, в которых присутствуют элементы прогрессий.

Каждый из модулей элективного курса имеет законченный вид, что позволяет старшекласснику, который ошибочно выбрал курс, пойти в следующей четверти или полугодии на занятия по изучению другого элективного курса.

#### **Цель курса :**

углубление знаний учащихся о различных методах решения уравнений и базовых математических понятий, используемых при обосновании того или иного метода решения; формирование у школьников компетенций, направленных на выработку навыков самостоятельной и групповой исследовательской деятельности.

#### **Задачи курса :**

1. Классификация способов решения нестандартных уравнений, углубление теоретических основ школьной математики для решения каждого вида уравнений.
2. Интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе. Развитие мыслительных способностей учащихся: умения анализировать,

сопоставлять, сравнивать, систематизировать и обобщать.

3. Воспитание личности в процессе освоения математики и математической деятельности, развитие у учащихся самостоятельности и способности к самоорганизации.

Изучение данного курса даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов.

#### **Личностные:**

- 1) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 2) готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- 3) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- 4) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- 5) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества;
- 6) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

#### **Метапредметные:**

- 1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- 2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- 3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- 4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- 5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
- 6) владение языковыми средствами — умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- 7) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

#### **Предметные:**

Предметные результаты освоения курса алгебры и начал математического анализа на углублённом уровне ориентированы преимущественно на подготовку к последующему профессиональному образованию, развитие индивидуальных способностей, обучающихся путём более глубокого, чем это предусматривается базовым курсом, освоения основ наук, систематических знаний и способов действий, присущих данному учебному предмету.

Углублённый уровень изучения алгебры и начал математического анализа включает, кроме перечисленных ниже результатов освоения углублённого курса, и результатов освоения базового курса, данные ранее:

- 1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

- 3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- 4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- 5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Для реализации целей и задач данного элективного курса предполагается использовать следующие **формы учебных занятий**: лекции, семинары, практикумы.

Основой проведения занятий может служить технология деятельностного метода, которая обеспечивает системное включение ребенка в процесс самостоятельного построения им нового знания и позволяет учителю проводить разноуровневое обучение. Занятия должны носить проблемный характер. Ученики самостоятельно, в микрогруппах, в сотрудничестве с учителем выполняют задания, предполагающие исследовательскую деятельность, на занятиях организуется обсуждение результатов этой работы.

Оперативную коррекцию в овладении учебной деятельностью можно провести на уроках-практикумах. Урок-практикум – своеобразная самостоятельная работа, вариант, объем заданий учащиеся выбирают сами, исходя из уровня усвоения материала, мотивации развития, норм оценок. Каждому ученику предоставляется право проверить правильность решения каждого задания, получить консультацию учителя. Учитель выступает как субъект педагогической деятельности, помощник, а не контролер. Ученик управляет своей деятельностью, своим развитием, формируя качества субъекта учения и самовоспитания.

### Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся овладевают следующими знаниями, умениями и способами деятельности:

- имеют представление о математике как форме описания и методе познания действительности;
- умеют анализировать, сопоставлять, сравнивать, систематизировать и обобщать;
- умеют самостоятельно работать с математической литературой;
- знают основные приемы решения нестандартных уравнений, понимают теоретические основы способов решения уравнений;
- умеют решать нестандартные уравнения различными методами;
- умеют представлять результат своей деятельности, участвовать в дискуссиях;
- умеют проводить самоанализ деятельности и самооценку ее результата.

### Формы контроля

Смысл профильного курса заключается в предоставлении каждому ученику «индивидуальной зоны потенциального развития», поэтому – нельзя требовать от каждого ученика твердого усвоения каждого «нестандартного приема». Специальный зачет или экзамен по курсу не предусмотрен, но предлагаются некоторые варианты выполнения учениками зачетных заданий:

1. Решение учеником в качестве индивидуального домашнего задания предложенных учителем задач из того списка, что завершает каждый модуль и называется «Упражнения для самостоятельной работы», т.к. осознание и присвоение учащимися достигаемых результатов происходит с помощью рефлексивных заданий. Подбор индивидуальных заданий осуществляется с учетом уровневой дифференциации, причем выбор делают сами ученики, оценивая свои возможности и планируя перспективу развития.

2. Решение группой учащихся в качестве домашнего задания предложенных учителем задач из того же раздела. Работа в группе способствует проявлению интереса к учению как деятельности.

Учащимся, ориентированным на выполнение заданий более высокого уровня сложности, предлагается:

- Самостоятельное изучение некоторых вопросов курса с последующей презентацией (программные продукты Microsoft Power Point).

- Самостоятельное решение предложенных задач с последующим разбором вариантов решений.
- Самостоятельное построение метода, позволяющего решить предложенную задачу.
- Самостоятельный подбор задач на изучаемую тему курса из дополнительной математической литературы.

В ходе решения этих заданий учащиеся должны показать понимание теоретических основ способов решения уравнений и уметь решать задания из «Упражнений для самостоятельной работы» (подбор индивидуальных заданий осуществляется с учетом уровневой дифференциации).

Итоговое занятие предлагается провести в форме круглого стола с презентациями каждого модуля курса.

### Тематический план курса

№	Тема	Количество
1	Уравнения-тождества	3
2	Уравнения, при решении которых используются прогрессии	4
3	Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции	4
4	Уравнения, при решении которых используется монотонность функции	4
5	Уравнения с двумя неизвестными	4
6	Показательно-степенные уравнения	5
7	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений	9
8	Итоговое занятие	1
	<b>Всего</b>	<b>34</b>

### Содержание курса

#### **Тема 1. Уравнения тождества**

Область определения элементарных функций. Область определения и множество решений уравнения. Виды уравнений.

*Учащиеся должны знать:*

- формулы алгебры и тригонометрии;
- понятие области определения элементарных функций;
- понятие области определения и множества решения уравнения.

*Учащиеся должны уметь:*

- выделять «опасные операции» над переменной  $X$ , содержащиеся в записи уравнения (извлечение корня четной степени, деление на выражение с переменной, логарифмирование, возведение в степень, «взятие» тангенса, котангенса, арксинуса и арккосинуса)
- составлять и решать систему ограничений.

#### **Тема 2. Уравнения, при решении которых используются прогрессии**

Теория прогрессий: понятийный аппарат, характеристические свойства, формулы  $n$ -го члена и суммы членов прогрессий. Уравнения высших степеней, дробно-рациональные и трансцендентные уравнения.

*Учащиеся должны знать:*

- определения базовых понятий последовательностей, формулы  $n$ -го члена и суммы членов прогрессий, характеристические свойства прогрессий;
- приёмы решения показательных, дробно-рациональных уравнений, трансцендентных уравнений, в записи которых присутствуют суммы прогрессий.

*Учащиеся должны уметь:*

- выделять в уравнении сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии (сумму арифметической прогрессии);
- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения, используя теорию прогрессий.

### **Тема 3. Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции**

Множество значений функции. Понятие ограниченности функции.

Метод замены исходного уравнения системой уравнений.

Виды уравнений, при решении которых используется ограниченность функции.

*Учащиеся должны знать:*

- таблицу множеств значений элементарных функций;
- определения ограниченной функции (ограниченной снизу, ограниченной сверху) на промежутке;
- теорему, позволяющую заменить данное уравнение системой уравнений, учитывая ограниченность функций, входящих в исходное уравнение;
- обобщённый алгоритм решения уравнений методом оценки и критерии его применения.

*Учащиеся должны уметь:*

- исследовать функции на ограниченность;
- определять тип уравнения, к которому применим метод оценки;
- применять метод оценки к решению уравнений;
- решать нестандартные системы уравнений методом оценки.

### **Тема 4. Уравнения, при решении которых используется монотонность функций**

Теорема, устанавливающая связь монотонности функций, входящих в уравнение, с количеством корней соответствующего уравнения.

Виды уравнений, при решении которых используется монотонность функций.

*Учащиеся должны знать:*

- определения возрастающей, убывающей, монотонной функций;
- теорему, устанавливающую связь монотонности функций, входящих в уравнение, с количеством корней соответствующего уравнения;
- обобщённый алгоритм решения уравнений методом использования монотонности функций;
- виды уравнений, решаемых с использованием монотонности функций.

*Учащиеся должны уметь:*

- находить область определения функций;
- исследовать функцию на монотонность;
- применять обобщённый алгоритм решения уравнений методом использования монотонности функции к соответствующим видам уравнений.

### **Тема 5. Уравнения с двумя неизвестными**

Виды уравнений с двумя неизвестными и способы их решения:

Метод оценки. Решение уравнений, как квадратного относительно одной из неизвестных; разложением на множители; заменой исходного уравнения системой уравнений.

*Учащиеся должны знать:*

- условие равенства нулю суммы неотрицательных чисел;
- множества значений элементарных функций;
- понятие ограниченности функций;
- способы решения уравнений с двумя неизвестными:
  - замена исходного уравнения системой уравнений,
  - метод оценки,
  - решение уравнения с двумя неизвестными второй степени, как квадратного относительно одной из неизвестных,
  - разложение на множители.

*Учащиеся должны уметь:*

- определить вид уравнения;
- находить область определения уравнения;
- оценивать левую и правую части уравнения, применять метод оценки;
- раскладывать на множители;
- выбирать рациональный способ решения;
- решать системы уравнений.

### **Тема 6. Показательно-степенные уравнения**

Понятие показательно-степенного уравнения.

Метод сведения уравнения к совокупности систем уравнений и неравенств.

*Учащиеся должны знать:*

- определения, свойства степенной и показательной функций;
- способы и особенности решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств.

*Учащиеся должны уметь:*

- анализировать, сопоставлять, сравнивать, обобщать;
- исследовать показательно-степенные уравнения;
- сводить их к совокупности систем уравнений и неравенств;
- решать системы уравнений и неравенств.

### **Тема 7. Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений предполагает исследовательскую деятельность учащихся**

Итоговое занятие предлагается провести в форме круглого стола с презентациями.

Комбинированные уравнения (показательно-логарифмические, логарифмически-показательные, показательно-тригонометрические, тригонометрическо-показательные и т.д.).

*Учащиеся должны знать:*

- этапы исследовательской деятельности.

*Учащиеся должны уметь:*

- использовать этапы исследовательской деятельности на практике.

### **Учебно-методическое обеспечение курса**

1. Кармакова Т.С., Володькин Е.Г. Способы решения нестандартных уравнений и систем уравнений: Дидактические материалы для учителей математики. - Хабаровск: ХК ППК ПК, 2015.

2. Ковалёва Г.И., Бузулина Т.И. и др. Математика для учащихся 11 класса и поступающих в вузы. Тренировочные тематические задания. - Волгоград: Учитель, 2013.
3. Семенов А.Л., Яценко И.В. ЕГЭ – 2016. Математика: типовые экзаменационные варианты - М.: Издательство «Национальное образование», 2016
4. Семенов А.В. и др. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2016. Математика. Учебное пособие./ - М.: Интеллект-центр, 2016
5. Семенов А.Л., И.В.Яценко. ЕГЭ 2016. Математика. Задача С4. Геометрия. Планиметрия – М.: МЦМНМО, 2016

**Интернет-ресурсы** – [www.mon.gov.ru](http://www.mon.gov.ru), [www.ed.gov.ru](http://www.ed.gov.ru), [www.ege.edu.ru](http://www.ege.edu.ru), [www.school.edu.ru](http://www.school.edu.ru), <http://www.km.ru>, <http://www.exponenta.ru>, <http://www.refodrom.ru>, <http://festival.1september.ru>, <http://portfolio.1september.ru>, <http://som.fio.ru>.

**Полезные сайты по математике:**

<http://comp-science.hut.ru> Учителям информатики и математики и их любознательным ученикам. На сайте собраны дидактические и методические материалы, олимпиады по математике и информатике.

<http://math.ournet.md/rukovodstvo.html> Виртуальная школа юного математика. Задачи, комментарии, контрольные примеры, полные доказательства некоторых математических проблем теоретического характера, темы и задачи мало изучаемые в школьном курсе математики, практикум абитуриента, история математики, математические словари, условия и решения задач выпускных экзаменов.

<http://mschool.kubsu.ru> Библиотека электронных учебных пособий. На сайте приводятся задачи и решения к ним различных математических олимпиад. Работает школа "Абитуриент" и заочная математическая школа для учащихся 5-8 классов. Представлены учебно-информационные комплексы по математике для средних школ.

<http://comp-science.hut.ru> Учителям информатики и математики и их любознательным ученикам. На сайте собраны дидактические и методические материалы, олимпиады по математике и информатике.

<http://math.ournet.md/rukovodstvo.html> Виртуальная школа юного математика. Задачи, комментарии, контрольные примеры, полные доказательства некоторых математических проблем теоретического характера, темы и задачи мало изучаемые в школьном курсе математики, практикум абитуриента, история математики, математические словари, условия и решения задач выпускных экзаменов.

<http://mschool.kubsu.ru> Библиотека электронных учебных пособий. На сайте приводятся задачи и решения к ним различных математических олимпиад. Работает школа "Абитуриент" и заочная математическая школа для учащихся 5-8 классов. Представлены учебно-информационные комплексы по математике для средних школ.

<http://mat-game.narod.ru> Математическая гимнастика. На сайте предлагаются математические задачи разных типов.

<http://www.zaba.ru> Математические олимпиады и олимпиадные задачи. Сайт содержит задачную базу (около 8000 задач); материалы российских и зарубежных математических олимпиад и конкурсов; страницу математического кружка для 5 класса Математического центра Санкт-Петербургского городского дворца творчества юных с материалами занятий. Имеется возможность подписаться на математические рассылки.

<http://mathem.h1.ru> Математика on-line. На данном сайте можно найти формулы по математике, геометрии, высшей математике и т.д. Также здесь есть справочная информация по математическим дисциплинам и интересные статьи. Планируется открытие раздела математических головоломок.

<http://methmath.chat.ru/index.html> Преподавание математики. Сайт создан учителями математики, имеющими большой опыт преподавательской и методической работы и посвящен вопросам методики преподавания математики. На сайте размещаются интересные материалы, а также планируется обсуждать наиболее важные вопросы преподавания математики в средней школе.

<http://education.kudits.ru> Образовательный центр КУДИЦ-ОБРАЗ. Информация об образовательных программах центра, среди которых - серия "Домашний компьютер и школа". В ней представлены электронные учебники-справочники по алгебре 7-11 кл., планиметрии 7-9 кл., стереометрии 10-11 кл. Для учителей имеется возможность пройти бесплатные дистанционные курсы



обучения по использованию этих программных продуктов на уроках математики. Заниматься по этим учебникам можно и дома. Для школьников и родителей даются подробные рекомендации, как можно использовать учебники-справочники для самостоятельной работы школьников.

<<http://www.mathnet.spb.ru>> Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина. Сайт для школьников, абитуриентов, слушателей подготовительных курсов, студентов педагогических вузов и учителей. Здесь можно найти варианты выпускных экзаменов, задачи по математике, предлагавшиеся на вступительных экзаменах, задачи математических олимпиад вузов и методические пособия по математике, информацию о математических мероприятиях в Санкт-Петербурге.

<<http://allmath.ru>> Вся математика в одном месте. Математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.

< <http://www.math.ru>> Математика. На сайте можно найти книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, истории из жизни математиков. Преподаватели, учителя и родители здесь могут найти также материалы для уроков, официальные документы Министерства образования и науки, необходимые в работе.

## Календарно-тематическое планирование

<i>№ п/п</i>	<i>Дата</i>	<i>Тема занятия</i>
1.	01.09.	Уравнения-тождества
2.	08.09.	Уравнения-тождества
3.	15.09.	Уравнения-тождества
4.	22.09.	Уравнения, при решении которых используются прогрессии
5.	29.09.	Уравнения, при решении которых используются прогрессии
6.	06.10.	Уравнения, при решении которых используются прогрессии
7.	13.10.	Уравнения, при решении которых используются прогрессии
8.	20.10.	Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции
9.	27.10.	Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции
10.	10.11.	Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции
11.	17.11.	Уравнения, при решении которых используется ограниченность функции
12.	24.11.	Уравнения, при решении которых используется монотонность функции
13.	01.12.	Уравнения, при решении которых используется монотонность функции
14.	08.12.	Уравнения, при решении которых используется монотонность функции
15.	15.12.	Уравнения, при решении которых используется монотонность функции
16.	22.12.	Уравнения с двумя неизвестными
17.	29.12.	Уравнения с двумя неизвестными
18.	12.01.	Уравнения с двумя неизвестными
19.	19.01.	Уравнения с двумя неизвестными
20.	25.01.	Показательно-степенные уравнения
21.	26.01.	Показательно-степенные уравнения
22.	02.02.	Показательно-степенные уравнения
23.	09.02.	Показательно-степенные уравнения
24.	16.02.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
25.	01.03.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
26.	15.03.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
27.	22.03.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
28.	05.04.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
29.	12.04.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
30.	19.04.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
31.	26.04.	Практикум по решению некоторых других нестандартных уравнений
32.	03.05.	Тест по материалам ЕГЭ
33.	17.05.	Тест по материалам ЕГЭ
34.	24.05.	Итоговое занятие

